УДК 621.396.4
DOI https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.3/10

Лисенко О.І.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Тачиніна О.М.
Національний авіаційний університет

Новіков В.І.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Гуйда О.Г.
Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

Сушин І.О.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ КЕРУВАННЯ РУХОМ РОЗПОДІЛЕНОГО ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОГО РОБОТА

У статті розглянуто теоретичні основи конструювання керування рухом розподіленого інформаційно-телекомунікаційного робота (РІТР), який розглядається як складена динамічна система (СДС), що пересувається по розгалуженій траєкторії з довільною схемою розгалужень.

Указано на те, що, узагальнюючи фізичний зміст функціонування мобільних безпроводових сенсорних мереж із телекомунікаційними аероплатформами, їх можливо віднести до класу розподілених (кластерних) інформаційно-телекомунікаційних роботів.

Показано, що під час виконання інформаційно-телекомунікаційних функцій, які покладено на РІТР, структура та інформаційно-телекомунікаційні властивості мультисенсорів змінюються в реальному часі (змінюються кількість сенсорів, що входить до складу ситуативно створеного мультисенсора, головний сенсор у складі мультисенсора, а також запас енергії акумуляторної батареї кожного сенсора, обсяг службової і прикладної інформації, яку потрібно передавати через телекомунікаційні аероплатформи у центр керування, і т. д.). Зміна властивостей системи у реальному часі потребує оперативного розрахунку раціональних дій, які керують системою. Таким чином, загальний просторовий рух РІТР являє собою розгалужену траєкторію з довільною схемою розгалужень. Системний підхід до керування РІТР вимагає застосування методів керування складеними динамічними системами, які б дали змогу раціонально і при цьому оперативно узгоджувати рух усіх елементів РІТР (і мобільних сенсорів, і телекомунікаційних аероплатформ).

Запропоновано умови аналітичного або алгоритмічного конструювання законів керування розподіленим інформаційно-телекомунікаційним роботом, який розглядається як складена динамічна система, на основі використання функціоналу узагальненої роботи О.А. Красовського. Використання функціоналу О.А. Красовського дало змогу сформулювати умови, які дабть можливість конструювати керування РІТР не лише на етапі попереднього синтезу розгалужених траєкторій його руху, а й під час оперативного синтезу, тобто в процесі нормального функціонування РІТР. Запропонований рекурентний алгоритм аналітичного конструювання за О.А. Красовським дає змогу повною мірою використовувати обчислювальні процедури, розроблені для вирішення відомих рівнянь аналітичного конструювання за функціоналом узагальненої роботи.

Ключові слова: *мобільна сенсорна мережа, інформаційно-телекомунікаційний робот, складена динамічна система, сенсори, розподілені сенсори, телекомунікаційна аероплатформа.*

Постановка проблеми. Моніторинг територій із розташованою на них критичною інфраструктурою можливо ефективно виконувати з використанням мобільних сенсорних мереж із телекомунікаційними платформами [1]. Узагальнюючи фізичний зміст функціонування мобільних бездротових сенсорних мереж із телекомунікаційними аероплатформами, можливо віднести їх до класу розподілених (кластерних) інформаційно-телекомунікаційних роботів [2; 3].

Критичною інфраструктурою називають такі засоби, обладнання, мережі та служби, які у разі їх пошкодження чи руйнування будуть значно впливати на здоров'я, безпеку, економічний стан чи ефективне функціонування як окремих об'єктів, так і регіону та країни у цілому. Така інфраструктура у разі її незахищеності може бути вразливою до дій катастроф природного характеру чи спричинених діяльністю людини, а також терористичних атак. Захист критичної інфраструктури є ключовим у заходах цивільного планування будь-якої країни [4; 5]. Таким чином, виникає гостра необхідність розроблення ефективних засобів попередження надзвичайних ситуацій із використанням перспективних інформаційно-телекомунікаційних технологій – розподілених інформаційно-телекомунікаційних роботів (РІТР).

Завдяки використанню РІТР у зоні надзвичайної ситуації (НС) та (або) на об'єктах критичної інфраструктури з'явиться можливість завчасно виявляти уражаючи чинники НС, прогнозувати та приймати рішення з ліквідації небезпеки, що виникла, та своєчасно залучати до реагування чергові підрозділи ДСНС України та інших державних силових структур.

Фактично РІТР – це безпроводова сенсорна мережа з мобільними сенсорами та телекомунікаційними аероплатформами, які узгоджено (раціонально) пересуваються у просторі. Мобільні сенсори збираються у кластери, які можна характеризувати як розподілені мультисенсори. Під час виконання інформаційно-телекомунікаційних функцій, які покладено на РІТР, структура та інформаційно-телекомунікаційні властивості мультисенсорів змінюються в реальному часі (змінюються кількість сенсорів, що входить до складу ситуативно створеного мультисенсора, головний сенсор у складі мультисенсора, а також запас енергії акумуляторної батареї кожного сенсора, обсяг службової і прикладної інформації, яку потрібно передавати через телекомунікаційні аероплатформи у центр керування, і т. д.). Зміна властивостей системи у реальному часі потребує оперативного розрахунку раціональних дій, які керують системою. Таким чином, загальний просторовий рух РІТР являє собою розгалужену траєкторію з довільною схемою розгалужень [6]. Системний підхід до керування РІТР вимагає застосування методів керування складеними динамічними системами (СДС) [7], які б дали змогу раціонально і при цьому оперативно узгоджувати рух усіх елементів РІТР (і мобільних сенсорів, і телекомунікаційних аероплатформ).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сьогодні бездротова сенсорна мережа (мобільна чи стаціонарна) розглядається окремо від телекомунікаційної платформи. Уважається, що телекомунікаційна аероплатформа виконує допоміжну функцію щодо підтримки зв'язності сенсорної мережі або підвищення її пропускної здатності, або функціональної живучості чи стійкості, або виконує деякі допоміжні функції стосовно сприяння більш точному визначенню координат сенсорів, або подовженню часу життя мережі, або створенню нових чи більш продуктивних маршрутів передачі інформації. Окрім того, телекомунікаційна аероплатформа може використовуватися для збору інформації з вузлів сенсорної мережі. Цілісний (системний) підхід до пошуку в реальному часі раціонального керування рухами всіх елементів сенсорної мережі і телекомунікаційних аероплатфором як єдиної системи з урахуванням усіх видів обмежень, ураховуючи і телекомунікаційні обмеження, поки що жодного разу не застосовувався. Такий підхід конче потрібен у ситуації, коли потрібна точна оперативна інформація про потерпілих у зоні надзвичайної ситуації в умовах практично повного руйнування інфраструктури (пожежі, землетруси, цунамі, торнадо і т. д.). Ця інформація може бути отримана завдяки використанню сенсорів, розміщених на БПЛА (мобільних сенсорів), що утворюють «літаючу сенсорну мережу». Актуальною є проблема оперативної оптимізації «групової поведінки» (оптимізація розгалуженої траєкторії руху) мобільних сенсорів в агресивному середовищі, яке виникає під час надзвичайної ситуації. Алгоритм оперативної оптимізації програмується у бортовому комп'ютері телекомунікаційної платформи, яка керує рухом мобільних сенсорів. Успіх проведення пошуково-рятувальної операції визначається в першу чергу узгодженістю «групової поведінки» елементів РІТР, що, наприклад, побудований на базі «літаючої сенсорної мережі» з телекомунікаційними аероплатформами. РІТР повинен надавати актуальну та якісну (своєчасну і достовірну) інформацію про потерпілих та необхідну для них термінову допомогу. Неузгодженість «групової поведінки» мобільних сенсорів і телекомунікаційних платформ у складі РІТР може призвести до повного зриву рятувальної операції [8–15].

Постановка завдання. РІТР розглядається як складена динамічна система (СДС), що пересувається по розгалуженій траєкторії з довільною схемою розгалужень. Ефективність функціонування СДС залежить від оперативного (у реальному масштабі часу) оптимального вибору просторових координат і моментів часу, у які відбуваються структурні перетворення СДС, а також від оперативного оптимального синтезу керування складовими елементами СДС під час їх руху гілками траєкторії в інтервалах часу між структурними перетвореннями. Завдання полягає у розробленні умов, що дають змогу оперативно (у реальному масштабі часу) конструювати (будувати або синтезувати) керування телекомунікаційними аероплатформами та мобільними сенсорами, що входять до складу розподіленого інформаційно-телекомунікаційного робота.

Виклад основного матеріалу дослідження. Згідно із [7], задача оптимізації довільно розгалуженої траєкторії руху СДС зводиться до вирішення задачі оптимізації розривної системи зі змінним розміром векторів стану та керування. Метод динамічного програмування дає змогу вирішити цю задачу в такій постановці:

$$I = I(t_0, ..., t_N; {}_1X(t_0^+), ..., {}_NX(t_{N-1}^+); {}_1X(t_1^-), ..., {}_NX(t_N^-); \\ {}_1X(\cdot), ..., {}_NX(\cdot); {}_1U(\cdot), ..., {}_NU(\cdot)) = S_0({}_1X(t_0^+), t_0) + \sum_{i=1}^{N} I_i \to \inf, \quad (1)$$

де

$$({}_1X(t_0^+), t_0) \in B_0\,,\ ({}_NX(t_N^-), t_N) \in B_N\,; \quad (2)$$

$$({}_iX(t_i^-), {}_{i+1}X(t_i^+), t_i) \in B_i\,,\ i = \overline{1, N-1}\,; \quad (3)$$

$$({}_1X(t), {}_1U(t)) \in W_i(t)\,,\ t \in [t_{i-1}^+, t_i^-]\,,\ i = \overline{1, N}\,; \quad (4)$$

$${}_i\dot{X} = {}_iF({}_iX, {}_iU, t)\,,\ t \in [t_{i-1}^+, t_i^-]\,,\ i = \overline{1, N}\,; \quad (5)$$

$${}_iX \in E^{n_{\Sigma i}}\,,\ {}_iU \in E^{m_{\Sigma i}}\,,\ (i = \overline{1, N})\,,\ t_i \in E \quad (i = \overline{0, N})\,; \quad (6)$$

${}_iU(t)$ – кусково-неперервне керування, $t_{i-1}^+ \le t \le t_i^-$,

$${}_iU(t) = {}_iU(t+0) = \lim_{\tau \to t+0} {}_iU(t)\,,$$

$$I_i = S_i({}_iX(t_i^-), {}_{i+1}X(t_i^+), t_i) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi_i({}_iX, {}_iU, t)dt \\ (i = \overline{1, N-1})\,,$$

$$I_N = S_N({}_NX(t_N^-), t_N) + \int_{t_{N-1}}^{t_N} \Phi_N({}_NX, {}_NU, t)dt\,, \quad (7)$$

B_0, B_N, B_i, $(i = \overline{1, N-1})$, $W_i(t)$, $(i = \overline{1, N})$ – задані підмножини відповідно з $E^{n_{\Sigma i}} \times E^1$, $E^{n_{\Sigma N}} \times E^1$, $E^{n_{\Sigma i}} \times E^{n_{\Sigma i+1}} \times E^1$ $(i = \overline{1, N-1})$, $E^{n_{\Sigma i}} \times E^{m_{\Sigma i}}$, $(i = \overline{1, N})$. Як і в підрозділі 1.1, запис $f(t_i^+)$ або $f(t_i^-)$ $(i = \overline{1, N})$ показує, що значення функції розглядається в момент часу $t = t_i^+ = t_i + 0$ або $t = t_i^- = t_i - 0$, тобто відразу праворуч від t_i або відразу зліва від t_i. Аналогічний сенс має запис $t \in [t_{i-1}^+, t_i^-]$ $(i = \overline{1, N})$, тобто $t \in [t_{i-1} + 0, t_i - 0]$ – розглядається інтервал часу від моменту праворуч від t_{i-1} до моменту зліва від t_i.

Через $D_i({}_iX(t), t_{i-1}, t_i)$ $(i = \overline{1, N})$ позначимо множину всіх допустимих керувань ${}_iU(\cdot)$, визначених на відрізку $[t_{i-1}^+, t_i^-]$, що задовольняють умовам (3.4), (3.7) і таких, що траєкторія системи (3.5) задовольняє умовам (3.2)–(3.4) $(i = \overline{1, N})$. За визначенням $D_i \uparrow 0$, $i = \overline{1, N}$. Окрім того, позначимо через ${}_iX(t)$, ${}_iU(t)$, t_0, t_i, $(i = \overline{1, N})$, t_0 " t " t_N один із допустимих процесів задачі (3.1)–(3.7).

Розглянемо задачу (1) – (7), в якій функціонал (1) перепишемо у такому вигляді:

$$I = S_0({}_1X(t_0^+), t_0) + \sum_{i=1}^{N} I_i \le A, \quad (8)$$

де $A = const > I$.

Сформульована задача (2) – (8) має безліч рішень. У задачах великої розмірності, що вирішуються оперативно, потрібно отримати якомога швидше одне з рішень, що задовольняють нерівності (8). Концепція оперативного синтезу траєкторій СДС у постановці (2) – (8) має сенс, тому що у цьому разі нас не стільки цікавить строго оптимальний рух, скільки рух, який не виводить за межі існуючих у даний момент часу на борту СДС ресурсів. Немає користі в тому, що синтезована із запізненням оптимальна траєкторія заощадить нам більше ресурсів, аніж неоптимальна, але синтезована швидко і в межах допустимих витрат. Використання методики сумісного синтезу керування за О.А. Красовським і В.М. Буковим [16] є одним зі шляхів вирішення задачі (2) – (8).

Переформулюємо задачу (2) – (8) до виду дворівневої задачі оптимізації розгалуженої траєкторії, яка, як було показано в [16], включає у себе як окремий випадок задачу О.А. Красовського:

$$I = S_0({}_1X(t_0^+), t_0) + \sum_{i=1}^{N}[I_i + \int_{t_{i-1}}^{t_i} W_{2,i}({}_i\hat{U}, t)dt] \to \inf, \quad (9)$$

$$I^* = S_0({}_1X(t_0^+), t_0) + \sum_{i=1}^{N} I_i \le A, \quad (10)$$

$$({}_1X(t_0^+), t_0) \in B_0, ({}_NX(t_N^-), t_N) \in B_N, \quad (11)$$

$$({}_iX(t_i^-), {}_{i+1}X(t_i^+), t_i) \in B_i (i = \overline{1, N-1}), \quad (12)$$

$${}_i\dot{X} = {}_i\Phi({}_iX, t) + {}_i\mathrm{M}({}_iX, t){}_iU, t \in [t_{i-1}^+, t_i^-], \quad (13)$$

$${}_iX \in \mathrm{E}^{n_{\Sigma,i}}, U \in \mathrm{E}^{m_{\Sigma,i}},\ W_{2,i}: \mathrm{E}^{m_{\Sigma,i}} \times \mathrm{E}^1 \to \mathrm{E}^1 (i = \overline{1, N}), \quad (14)$$

де

$$I_i = S_i({}_iX(t_i^-),\, {}_{i+1}X(t_i^+), t_i) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} [Q_i({}_iX,t) + P_i({}_iU,t)]dt, \quad (15)$$

$$I_N = S_N({}_iX(t_N^-), t_N) + \int_{t_{N-1}}^{t_N} [Q_N({}_NX,t) + P_N({}_NU,t)]dt, \quad (16)$$

$A > 0$; ${}_iU$ та $W_{2,i}$ – керування відповідно першого і другого рівнів на інтервалі часу $[t_{i-1}^+, t_i^-]$.

Нехай

$$\{{}_iX^L(t),\, {}_iU^L(t),\, t_0,\, t_i(i=\overline{1,N}),\, t_0 \le t \le t_N\},\; L = 0,1,2,...$$

– послідовність допустимих процесів задачі (9), (11) – (14).

Теорема 1. Для оптимальності елементів послідовності допустимих процесів необхідно існування таких функцій $V_i({}_i\hat{X}^L, t),\; t \in [t_{i-1}^+, t_i^-]$ $(i=\overline{1,N})$, $(i=\overline{1,N})$, які визначені і неперервні на всіх $({}_i\hat{X}^L, t)$, що володіють кусково-неперервними частинними похідними і задовольняють рівнянням

$$-\frac{\partial V_i({}_i\hat{X}^0,t)}{\partial t} = Q_i({}_i\hat{X}^0,t) + \left(\frac{\partial V_i({}_i\hat{X}^0,t)}{\partial_i\hat{X}^0}\right)_i^T \Phi({}_i\hat{X}^0,t), \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial P_i({}_i\hat{U}^0,t)}{\partial_i\hat{U}^0}\right)^T + \left(\frac{\partial V_i({}_i\hat{X}^0,t)}{\partial_i\hat{X}^0}\right)^T {}_iM({}_i\hat{X}^0,t) = 0, \quad (18)$$

$$W_{2,i}^0 + P_i({}_i\hat{U}^0,t) - \left(\frac{\partial P_i({}_i\hat{U}^0,t)}{\partial_i\hat{U}^0}\right){}_i\hat{U}^0 = 0, L = 0, \quad (19)$$

$$\begin{aligned}-\frac{\partial V_i({}_i\hat{X}^i,t)}{\partial t} &= Q_i({}_i\hat{X}^L,t) + \left(\frac{\partial V_i({}_i\hat{X}^L,t)}{\partial_i\hat{X}^L}\right)^T {}_i\Phi({}_i\hat{X}^L,t) - \\ &-\left[\frac{\partial}{\partial_i\hat{U}^{L-1}}\left(\frac{\partial P_i({}_i\hat{U}^{L-1},t)}{\partial_i\hat{U}^{L-1}}\right)^T {}_i\hat{U}^{L-1}\right]^T \left[{}_i\hat{U}_i^L - {}_i\hat{U}^{L-1}(t)\right],\end{aligned} \quad (20)$$

$$\left(\frac{\partial P_i({}_i\hat{U}^L,t)}{\partial_i\hat{U}^L}\right)^T + \left(\frac{\partial V_i({}_i\hat{X}^L,t}{\partial_i\hat{X}^L}\right)^T {}_iM\left({}_i\hat{X}^L,t\right) = 0, \quad (21)$$

$$\begin{aligned}&W_{2,i} + P_i({}_i\hat{U}^{L-1}(t),t) - \left(\frac{\partial P_i({}_i\hat{U}^{L-1},t)}{\partial_i\hat{U}^{L-1}}\right)^T {}_i\hat{U}^{L-1}(t) + \\ &+R_i({}_i\hat{U}^L, {}_i\hat{U}^{L-1}(t),t) = 0; \quad L = 1,2...; i = \overline{1,N}.\end{aligned} \quad (22)$$

Доведення. Безпосередньо з теореми 1 доводиться існування функцій

$$V_i({}_i\hat{X}^L,t), \quad t \in \left[t_{i-1}^+, t_i^-\right], i = \overline{1,N}, \;\; L = 0,1,2...,$$

що задовольняють рівнянням Беллмана

$$-\frac{\partial V_i}{\partial t} = \inf_{({}_iX,\,{}_iU)\in W_i(t)} \left[\Phi_i({}_iX, {}_iU, t) + \left(\frac{\partial V_i}{\partial_i X}\right)^T {}_iF({}_iX, {}_iU, t)\right]\Bigg|_{{}_iX} \quad (23)$$

всюди на $[t_{i-1}^+, t_i^-]$ $(i = \overline{1,N})$, де існують похідні, та пов'язаних граничними умовами

$$V_i({}_iX(t_i^-), t_i) = \begin{bmatrix} V_{i+1}({}_{i+1}X(t_i^+), t_i) + \\ +S_i({}_iX(t_i^-),\, {}_{i+1}X(t_i^+), t_i) \end{bmatrix}\Bigg|_{({}_iX(t_i^-),\, {}_{i+1}X(t_i^+), t_i)\in B_i} \quad (i = \overline{1, N-1}), \quad (24)$$

$$V_N({}_NX(t_N^-), t_N) = S_N({}_NX(t_N^-), t_N)\Big|_{({}_NX(t_N^-), t_N)\in B_N}, \quad (25)$$

і таких, що задовольняють співвідношенню

$$\hat{I} = \inf_{B_0} \inf_{B_1} ... \inf_{B_N} \begin{bmatrix} S_0({}_1X(t_0^+), t_0) + \\ +V_1({}_1X(t_0^+), t_0);\, {}_1X(t_1^-), ...,\, {}_NX(t_{N\text{-}1}^-); \\ {}_2X(t_1^+), ...,\, {}_NX(t_{N\text{-}1}^+); t_1, ..., t_N). \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Далі з (23) отримуємо рівняння (18) і (21) для відшукання оптимального рівняння першого рівня ${}_i\hat{U}^L(t)$ $L = 0,1,2....$.

Відповідно до методики [16], формуємо рівняння (17), (19), (20), (22) для відшукання функцій $V_i\left({}_i\hat{X}^L(t), t\right)$ та керування другого рівня $W_{2,i}^L$ $L = 0,1,2,...$ на кожному з інтервалів часу $\left[t_{i-1}^+, t_i^-\right]$. Таким чином, теорема доведена.

Доведена теорема 1 дає рішення дворівневої задачі без урахування нерівності (10). Уведемо для кожного елемента послідовності

$$\left\{{}_iX^L(t), U^L(t), t_0,\; t_i\,(i = \overline{1,N}\,; L = 0,1,2...),\; t_0 \le t \le t_N\right\}$$

перевірку виконання умови (10).

У результаті кожен з елементів послідовності допустимих процесів задачі (9), (11) – (16), що задовольняє нерівності (10), може бути прийнятий за рішення задачі (10) – (14). Відзначимо, що властивості допустимої послідовності, отриманої в результаті рішення задачі (9), (11) – (14) рекурентним методом О.А. Красовського, в кожному конкретному випадку вимагають додаткового дослідження.

Наслідок 1. Конструювання траєкторії руху складеної динамічної системи зі схемою розгалуження, що містить центральну і бічні гілки, без взаємодії підсистем після розділення

Поставимо задачу оптимізації траєкторії СДС у вигляді:

$$I = \sum_{i=1}^{K}\left\{I_i + \int_{t_{i-1}}^{t_i} W_{2,i}({}_i\hat{u}(t),t)dt + \sum_{j=1}^{r_i}\left[I_{ij} + \int_{t_i}^{t_{ij}} W_{2,ij}({}_{ij}\hat{u}(t),t)dt\right]\right\} \to \inf, \quad (27)$$

$$I^* = \sum_{i=1}^{K}\left(I_i + \sum_{j=1}^{r_i} I_{ij}\right) \le A, \quad (28)$$

$$({}_\beta x(t_\beta), t_\beta) \in Q_\beta, \quad (29)$$

$${}_\beta\dot{x} = {}_\beta\,\varphi({}_\beta x, t) + {}_\beta\,\mu({}_\beta x, t)_\beta u, t \in [t_{\beta^*}, t_\beta], \quad (30)$$

$${}_\beta x \in E^n, {}_\beta u \in E^{m_\beta}, W_{2,\beta} : E^{m_\beta} x E^1 \to E^1, \quad (31)$$

де

$$I_\beta = S_\beta({}_\beta x(t_\beta), t_\beta) + \int_{t_\beta}^{t_{\beta^*}} \left[Q_\beta({}_\beta x, t) + P_\beta({}_\beta u, t)\right]dt \quad (32)$$

$(\beta = i, \beta^* = i = 1; \beta = ij, \beta^* = i; i = \overline{1,K}; j = \overline{1,r_i}), \quad A > \hat{I},\, t_{i-1} < t_i (i = \overline{1,k}).$

Відзначимо, що в момент часу $t_i(i=\overline{1,k})$ фазові координати підсистем рівні між собою і не мають стрибка за винятком *n*-ї фазової координати, що описує зміну маси в механічних системах, для якої справедливий закон збереження маси.

Нехай ${}_{\beta}x^L(t),\quad {}_{\beta}u^L(t), t_{\beta},\ t\in[t_{\beta^*},t_{\beta}]$ $(\beta=i,\quad \beta^*=i-1;\quad \beta=ij,\quad \beta^*=i;\ i=\overline{1,k};\quad j=\overline{1,r_j})$ послідовність допустимих процесів задачі (27), (29) – (32).

Сформулюємо у вигляді першого наслідку з теореми 1 умови оптимальності конструювання траєкторії руху складеної динамічної системи зі схемою розгалуження, що містить центральну і бічні гілки, без взаємодії підсистем після розділення. Для оптимальності елементів послідовності допустимих процесів необхідно існування таких функцій Беллмана $V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^L(t),t)\ t\in[t_{\beta^*},t_{\beta}]$,, які визначені і неперервні на всіх $({}_{\beta}\hat{x}^L,t)$, мають кусково-неперервні частинні похідні, задовольняють рівнянням

$$-\frac{\partial V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^0,t)}{\partial t}=Q_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^0,t)+\left(\frac{\partial V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^0,t)}{\partial_{\beta}\hat{x}^0}\right)^T {}_{\beta}\varphi({}_{\beta}\hat{x}^0,t), \quad (33)$$

$$W^0_{2,\beta}({}_{\beta}\hat{u}^0,t)+P_{\beta}({}_{\beta}\hat{u}^0,t)-\left(\frac{\partial P_{\beta}({}_{\beta}\hat{u}^0,t)}{\partial_{\beta}\hat{u}^0}\right)^T {}_{\beta}\hat{u}^0=0, \quad (34)$$

$$-\left(\frac{\partial V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^L,t)}{\partial t}\right)=Q_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^L,t)+\left(\frac{\partial V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^L,t)}{\partial_{\beta}\hat{x}^L}\right)^T {}_{f}\varphi({}_{\beta}\hat{x}^L,t)$$
$$\left[-\frac{\partial}{\partial_{\beta}\hat{u}^{L-1}}\left(\frac{\partial P_{\beta}({}_{\beta}\hat{u}^{L-1},t)}{\partial_{\beta}\hat{u}^{L-1}}\right)^T {}_{\beta}\hat{u}^{L-1}\right]^T[{}_{\beta}\hat{u}^L-{}_{\beta}\hat{u}^{L-1}(t)], \quad (35)$$

$$W^L_{2,\beta}({}_{\beta}\hat{u}^L,{}_{\beta}\hat{u}^{L-1},t)+P_{\beta}({}_{\beta}\hat{u}^{L-1},t)-\left(\frac{\partial P_{\beta}({}_{\beta}\hat{u}^{L-1},t)}{\partial_{\beta}\hat{u}^{L-1}}\right)^T {}_{\beta}\hat{u}^{L-1}$$
$$+R_{\beta}({}_{\beta}\hat{u}^L,{}_{\beta}\hat{u}^{L-1}(t),t)=0,\quad L=1,2,..., \quad (36)$$

$$\left(\frac{\partial P_{\beta}({}_{\beta}\hat{u}^L,t)}{\partial_{\beta}\hat{u}^L}\right)^T+\left(\frac{\partial V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^L,t)}{\partial_{\beta}\hat{x}^L}\right)^T {}_{\beta}\mu({}_{\beta}\hat{x}^L,t)=0, \quad (37)$$

$$L=0,1,2,...;\quad \beta=i,ij;\quad i=\overline{1,K};\quad j=\overline{1,r_i},$$

зв'язаним граничними умовами

$$V_{ij}({}_{ij}x(t_{ij}),t_{ij})=S_{ij}({}_{ij}x(t_{ij}),t_{ij})\big|_{({}_{ij}x(t_{ij}),t_{ij})\in Q_{ij}},$$

$$V_i({}_ix(t_i),t_i)=\left[\begin{array}{l}\sum_{j=1}^{r_i}V_{ij}({}_{ij}x(t_i),t_i)+\\ +\zeta(i)V_{i+1}({}_{i+1}x(t_i),t_i)+\\ +S_i({}_ix(t_{ij}),t_{ij})\end{array}\right]\Bigg|_{({}_jx(t_i),t_i)\in Q_i}\quad (i=\overline{1,k},\ j=\overline{1,r_i}),$$

де

$$\zeta(i)=\begin{cases}1, i=\overline{1,k-1};\\ 0, i=k,\end{cases}$$

що задовольняють співвідношенням

$$\hat{I}=\inf_{({}_1x(t_0),t_0)\in Q_0}\cdots\inf_{({}_kx(t_k),t_k)\in Q_k}...\inf_{({}_{kr_k}x(t_{kr_k}),t_{kr_k})\in Q_{kr_k}}\left[\begin{array}{l}V_1({}_0x(t_0),t_0);\\ {}_1x(t_1),t_1,...,{}_kx(t_k),t_k;\\ {}_{11}x(t_{11}),t_{11},...,{}_{kr_k}x(t_{kr_k}),t_{kr_k})\end{array}\right].$$

Доведення записаних вище умов можливо виконати, якщо розглядати ці умови як окремий випадок задачі (2) – (8), розв'язок якої дає теорема 1.

Наслідок 2. Конструювання розгалуженої траєкторії руху складеної динамічної системи з урахуванням взаємодії підсистем

У даному підрозділі, як наслідок теореми 1, викладено умови оптимальності, що дають змогу оптимізувати методом рекурентного аналітичного конструювання за О.А. Красовським типові розгалужені траєкторії з урахуванням взаємного впливу підсистем після розділення. Математично взаємний вплив підсистем буде відображено як у рівняннях їхнього руху, так і в критерії ефективності.

Задача 1. Розглядалася типова розгалужена траєкторія з розділенням підсистем з урахуванням їх взаємного впливу після розділення.

Постановка задачі:

$$I=I_1+\int_{t_0}^{t_1}w_{2,1}({}_1\hat{u},t)dt+I_{12}+\int_{t_1}^{t_{12}}w_{2,12}({}_{11}\hat{u},{}_{12}\hat{u},t)dt+I_{11}+\int_{t_{12}}^{t_{11}}w_{2,11}({}_{11}\hat{u},t)dt, \quad (38)$$

$$I^*=I_1+I_{12}+I_{11}\le A, \quad (39)$$

$$({}_1x(t_0),t_0)\in Q_0,\ ({}_{\beta}x(t_{\beta}),t_{\beta})\in Q_{\beta}\ (\beta=1,11,12), \quad (40)$$

$${}_1\dot{x}={}_1\varphi({}_1x,t)+{}_1\mu({}_1x,t){}_1u,\quad t\in[t_0,t_1], \quad (41)$$

$${}_{11}\dot{x}=\begin{cases}{}^{12}_{11}\varphi({}_{11}x,{}_{12}x,t)+{}^{12}_{11}\mu^{11}({}_{11}x,{}_{12}x,t){}_{11}u+{}^{12}_{11}\mu^{12}({}_{11}x,{}_{12}x,t){}_{12}u, t\in[t_1,t_{12}];\\ {}_{11}\varphi({}_{11}x,t)+{}_{11}\mu({}_{11}x,t){}_{11}u, t\in[t_{12},t_{11}],\end{cases} \quad (42)$$

$${}_{12}\dot{x}={}_{12}\varphi({}_{12}x,{}_{11}x,t)+{}_{12}\mu^{11}({}_{12}x,{}_{11}x,t){}_{11}u+$$
$$+{}_{12}\mu^{12}({}_{12}x,{}_{11}x,t){}_{12}u,\quad t\in[t_1,t_{12}], \quad (43)$$

$${}_{\beta}x\in E^n,\quad {}_{\beta}u\in E^{m_{\beta}}(\beta=1,11,12), t_0<t_1<t_{12}<t_{11},$$

$${}_1x_r(t_1)={}_{11}x_r(t_1)={}_{12}x_r(t_1)\quad (r=\overline{1,n-1}), \quad (44)$$

$${}_1x_n(t_1)={}_{11}x_n(t_1)+{}_{12}x_n(t_1), \quad (45)$$

де

$$I_{\beta}=S_{\beta}({}_{\beta}x(t_{\beta}),t_{\beta})+\int_{t^*_{\beta}}^{t_{\beta}}\left[Q_{\beta}({}_{\beta}x,t)+\mathrm{P}_{\beta}({}_{\beta}u,t)\right]dt \quad (46)$$

$(\beta=1,\beta^*=0;\beta=11,\beta^*=12)$,

$$I_{12}=S_{12}({}_{11}x(t_{12}),{}_{12}x(t_{12}),t_{12})+\int_{t_1}^{t_{12}}[Q_{12}({}_{11}x,{}_{12}x,t)+\mathrm{P}_{12}({}_{11}u,{}_{12}u,t)]dt, \quad (47)$$

n-а фазова координата, що описує зміну маси в механічних СДС.

Нехай

$${}_{\beta}x^L(t),\ {}_{\beta}u^L(t),\ t_0,\ t_{\beta}\ (\beta=1,11,12),\ t_0\le t\le t_{11}\}\quad L=0,1,2,...$$

послідовність допустимих процесів задачі (38), (40) – (45).

Сформулюємо у вигляді другого наслідку з теореми 1 умови оптимальності конструювання траєкторії руху складеної динамічної системи з урахуванням взаємодії підсистем. Для оптимальності елементів послідовності допустимих процесів необхідне існування таких функцій Беллмана $V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^L(t),t)$

$$t \in [t_{\beta}{*}t_{\beta}]\,(\beta = 1, \beta{*} = 0; \beta = 11, \beta{*} = 12),$$

$$V_{12}), V_{12}({}_{11}\hat{x}^L(t), {}_{12}\hat{x}^L(t), t) t \in [t_1, t_{12}],$$

які визначені та неперервні відповідно на всіх $({}_{\beta}\hat{x}^L, t)\,(\beta = 1{,}11), ({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t)$, мають кусково-неперервні частинні похідні, задовольняють рівнянням (33) – (37) для $\beta = 1{,}11$ та рівнянням

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^0, {}_{12}\hat{x}^0, t)}{\partial t} &= Q_{12}({}_{11}\hat{x}^0, {}_{12}\hat{x}^0, t) + \\ &+ \left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^0, {}_{12}\hat{x}^0, t)}{\partial_{11}\hat{x}^0}\right)^{T12}_{11} \varphi({}_{11}\hat{x}^0, {}_{12}\hat{x}^0, t) + \\ &+ \left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^0, {}_{12}\hat{x}^0, t)}{\partial_{12}\hat{x}^0}\right)^{T} {}_{12}\varphi({}_{11}\hat{x}^0, {}_{12}\hat{x}^0, t), \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} &w^0_{2,12}({}_{12}\hat{U}^0, {}_{12}\hat{U}^0, t) + \mathrm{P}_{12}({}_{11}\hat{U}^0, {}_{12}\hat{U}^0, {}_{12}\hat{U}^0, t) - \\ &-\Big(\frac{\partial P_{12}({}_{11}\hat{U}^0, {}_{12}\hat{U}^0, t}{\partial_{11}\hat{U}^0}\Big)^T {}_{11}\hat{U}^0 - \Big(\frac{\partial P_{12}({}_{11}\hat{U}^0, {}_{12}\hat{U}^0, t}{\partial_{12}\hat{U}^0}\Big)^T {}_{12}\hat{U}^0 = 0,\ L = 0, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} &-\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t)}{\partial t} = Q_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t) + \left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t)}{\partial_{11}\hat{x}^L}\right)^T \times \\ &\times {}^{12}_{11}\varphi({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t) + \left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t)}{\partial_{12}\hat{x}^L}\right)^T {}_{12}\varphi({}_{12}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t) - \\ &-\Bigg\{\left[\frac{\partial}{\partial_{11}u}\Big(\frac{\partial P_{12}}{\partial_{11}u}{}_{11}u\Big)^T {}_{11}u\right]^T ({}_{11}\hat{u}^L - {}_{11}\hat{u}^{L-1}(t)) + \left[\frac{\partial}{\partial_{11}u}\Big(\frac{\partial P_{12}}{\partial_{11}u}\Big)^T {}_{12}u\right]^T ({}_{12}\hat{u}^L - {}_{12}\hat{u}^{L-1}(t)) + \\ &+\left[\frac{\partial}{\partial_{12}u}\Big(\frac{\partial P_{12}}{\partial_{11}u}\Big)^T {}_{11}u\right]^T ({}_{11}\hat{u}^L - {}_{11}\hat{u}^{L-1}(t)) + \left[\frac{\partial}{\partial_{12}u}\Big(\frac{\partial P}{\partial_{12}u}\Big)^T {}_{12}u\right]^T ({}_{12}\hat{u}^L - {}_{12}\hat{u}^{L-1}(t))\Bigg\}\Bigg|_{\substack{{}_{11}u = {}_{11}\hat{u}^{L-1}, \\ {}_{12}u = {}_{12}\hat{u}^{L-1}}}, \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} &w^L_{2,12}({}_{11}\hat{u}^L, {}_{12}\hat{u}^L, {}_{12}\hat{u}^{L-1}, {}_{11}\hat{u}^{L-1}, t) + \mathrm{P}_{12}({}_{11}\hat{u}^{L-1}, {}_{12}\hat{u}^{L-1}, t) - \left(\frac{\partial P_{12}({}_{11}\hat{u}^{L-1}, {}_{12}\hat{u}^L, \mathrm{t})}{\partial_{11}\hat{u}^{L-1}}\right)^T {}_{11}\hat{u}^{L-1} - \\ &-\left(\frac{\partial P_{12}({}_{11}\hat{u}^{L-1}, {}_{12}\hat{u}^L, \mathrm{t})}{\partial_{12}\hat{u}^{L-1}}\right)^T_{12} \hat{u}^{L-1} + \mathrm{R}_{12}({}_{11}\hat{u}^{L-1}, {}_{12}\hat{u}^{L-1}, {}_{11}\hat{u}^L, {}_{12}\hat{u}^L, t),\ L = 1, 2, \ldots, \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial P_{12}({}_{11}\hat{u}^L, {}_{12}\hat{u}^L, \mathrm{t})}{\partial_{11}\hat{u}^L}\right)^T + \left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t})}{\partial_{11}\hat{x}^L}\right)^T {}^{12}_{11}\mu^{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t}) + \\ &+\left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t})}{\partial_{11}\hat{x}^L}\right)^T {}_{12}\mu^{11}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t}) = 0, \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial P_{12}({}_{11}\hat{u}^L, {}_{12}\hat{u}^L, \mathrm{t})}{\partial_{12}\hat{u}^L}\right)^T + \left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t})}{\partial_{11}\hat{x}^L}\right)^T {}^{12}_{11}\mu^{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t}) + \\ &+\left(\frac{\partial V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t})}{\partial_{11}\hat{x}^L}\right)^T {}_{12}\mu^{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, \mathrm{t}) = 0, \quad L = 1, 2, \ldots, \end{aligned} \quad (53)$$

зв'язаними граничними умовами

$$V_{11}({}_{11}\hat{x}^L(t_{11}), t_{11}) = S_{11}({}_{11}\hat{x}^L(t_{11}), t_{11}) \,|\, ({}_{11}\hat{x}^L(t_{11}), t_{11}) \in Q_{11}, \quad (54)$$

$$\begin{aligned} &V_{12}({}_{11}\hat{x}^L(t_{12}), {}_{11}\hat{x}^L(t_{12}), t_{12}) = \\ &= \begin{bmatrix} V_{11}({}_{11}\hat{x}(t_{12}), t_{12}) + \\ + S_{12}({}_{11}\hat{x}^L(t_{12}), {}_{12}\hat{x}^L(t_{12}), t_{12}) \end{bmatrix}\Bigg|_{({}_{12}\hat{x}^L(t_{12}), t_{12}) \in Q_{12}}, \end{aligned} \quad (55)$$

$$V_1({}_1\hat{x}(t_1), t_1) = \left[V_{12}({}_{11}\hat{x}(t_1), {}_{12}\hat{x}(t_1), t_1) + S_1({}_1\hat{x}(t_1), t_1)\right]\Big|_{({}_1\hat{x}(t_1), t_1) \in Q_1} \quad (56)$$

та задовольняють співвідношенню

$$\begin{aligned} \hat{I} = &\inf_{({}_1x(t_0), t_0) \in Q_0}\ \inf_{({}_1x(t_1), t_1) \in Q_1}\ \inf_{({}_{12}x(t_{12}), t_{12}) \in Q_{12}}\ \inf_{({}_{11}x(t_{11}), t_{11}) \in Q_{11}} [V_1({}_1x(t_0)t_0; \\ &{}_1x(t_1), {}_{11}x(t_{12}), {}_{12}x(t_{12}), {}_{11}x(t_{11}); t_1, t_{12}, t_{11})] \end{aligned} \quad (57)$$

для кожного елемента послідовності.

Наведений результат безпосередньо випливає із загальної теореми 1 як окремий випадок.

Рішення задачі (40) – (45) уважається закінченим, якщо знайдений хоча б один елемент послідовності задачі (38), (40) – (45), що задовольняє контрольному нерівності (39).

Задача 2. Розглядалася типова розгалужена траєкторія з групуванням підсистем.

Постановка задачі:

$$\begin{aligned} I = I_{11} + I_{12} + I_1 + \int_{t_{11}}^{t_{12}} w_{2,11}({}_{11}\hat{u}, t)dt + \int_{t_{12}}^{t_1} w_{2,12}({}_{11}\hat{u}, {}_{12}\hat{u}, t)dt + \int_{t_1}^{t_0} w_{2,1}({}_1\hat{u}, t)dt + \\ + S_0({}_1x(t_0), t_0) + S_1({}_1x(t_1), t_1), \end{aligned} \quad (57)$$

$$I^* = I_{11} + I_{12} + I_1 + S_0({}_1x(t_0), t_0) + S_1({}_1x(t_1), t_1) \le A, \quad (58)$$

$$\left({}_1x(t_0), t_0\right) \in Q_0, ({}_{\beta}x(t_{\beta}), t_{\beta}) \in \mathrm{Q}_{\beta}(\beta = 1, 11, 12), \quad (59)$$

$${}_1\dot{x} = {}_1\varphi({}_1x, t) + {}_1\mu({}_1x, t)_1u, t \in [t_1, t_0], \quad (60)$$

$${}_{11}\dot{x} = \begin{cases} {}^{12}_{11}\varphi({}_{11}x, {}_{12}x, t) + {}^{12}_{11}\mu^{11}({}_{11}x, {}_{12}x, t)_{11}u + \\ + {}^{12}_{11}\mu({}_{11}x, {}_{12}x, t)_{12}u, t \in [\mathrm{t}_{12}, \mathrm{t}_1]; \\ {}_{11}\varphi({}_{11}x, t) + {}_{11}\mu({}_{11}x, t)_{11}u, t \in [\mathrm{t}_{11}, \mathrm{t}_{12}], \end{cases} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} {}_{11}\dot{x} = {}_{12}\varphi({}_{11}x, {}_{12}x, t) + {}_{12}\mu^{11}({}_{11}x, {}_{12}x, t)_{11}u + \\ + {}_{12}\mu^{12}({}_{11}x, {}_{12}x, t)_{12}u, t \in [\mathrm{t}_{12}, \mathrm{t}_1], \end{aligned} \quad (62)$$

$${}_{\beta}x \in E^n, {}_{\beta}u \in E^{m_{\beta}}(\beta = 1, 11, 12), \mathrm{t}_{11} < t_{12} < t_1 < t_0,$$

$${}_1x_r(t_1) = {}_{11}x_r(t_1) = {}_{12}x_r(t_1), \qquad r = \overline{1, n-1}, \quad (63)$$

$${}_1x_n(t_1) = {}_{11}x_n(t_1) + {}_{12}x_n(t_1), \quad (64)$$

де

$$I_{\beta} = \int_{t^*_{\beta}}^{t_{\beta}} \left[Q_{\beta}({}_{\beta}x, t) + \mathrm{P}_{\beta}({}_{\beta}u, \mathrm{t})\right]dt \quad (\beta = 0, \beta^* = 1; \beta = 12, \beta^* = 11), \quad (65)$$

$$I_{12} = \int_{t_{12}}^{t_1} [Q_{12}({}_{11}x, {}_{12}x, t) + \mathrm{P}_{12}({}_{11}u, {}_{12}u, t)]dt, \quad (66)$$

n-а фазова координата описує зміну маси в механічних СДС.

Нехай

$${}_{\beta}x^L(t),\ {}_{\beta}u^L(t),\ t_{\beta},\ t_0\ (\beta = 11, 11, 1),\ t_1 \le t \le t_0,\ L = 0, 1, 2, \ldots$$

послідовність допустимих процесів задачі (57), (59) – (64).

Сформулюємо у вигляді ще одного наслідку з теореми 1 умови оптимальності конструювання траєкторії руху складеної динамічної системи з урахуванням групування підсистем. Для оптимальності елементів послідовності допустимих процесів необхідне існування таких функцій

$$V_{\beta}({}_{\beta}\hat{x}^L(t), t), \quad t \in [t^*_{\beta}, t_{\beta}]\,(\beta = 0, \beta^* = 1; \beta = 12, \beta^* = 11),$$

$$V_{12}({}_{11}\hat{x}^L, {}_{12}\hat{x}^L, t), \quad t \in [t_{12}, t_1],$$

які визначені та неперервні відповідно на всіх $({}_{\beta}\hat{x}^L, t)\ (\beta = 1{,}11)$, $({}_{11}\hat{x}^L, {}_{11}\hat{x}^L, t)$, мають кусково-неперервні частинні похідні, задовольняють рівнянням (33) – (37) для $\beta = 1.11$ та рівнянням (48) – (53), зв'язаних граничними умовами

$$V_1({}_1\hat{x}^L(\mathrm{t}_0), t_0) = S_0({}_1\hat{x}^L(\mathrm{t}_0), t_0)\Big|_{({}_1\hat{x}^L(\mathrm{t}_0), t_0) \in Q_0}, \quad (67)$$

$$V_{12}({}_{11}\hat{x}^L(\mathrm{t}_1), {}_{12}\hat{x}^L(t_1), t_1 = [S_1({}_1\hat{x}^L(t_1), t_1) + V_1({}_1\hat{x}^L(t_1), t_1)]\Big|_{({}_1\hat{x}^L(t_1), t_1) \in Q_1}, \quad (68)$$

$$V_{11}({}_{11}\hat{x}^L(\mathrm{t}_{12}), \mathrm{t}_{12}) = [V_{12}({}_{11}\hat{x}^L(t_{12}), {}_{12}\hat{x}^L(t_{12}), t_{12}]\Big|_{({}_{12}\hat{x}^L(\mathrm{t}_{12}), \mathrm{t}_{12}) \in \mathrm{Q}_{12}} \quad (69)$$

та задовольняють співвідношенню

$$\hat{I} = \inf_{({}_{11}x(t_{11}), t_{11}) \in Q_{11}} \ \inf_{({}_{12}x(t_{12}), t_{12} \in Q_{12})} \ \inf_{({}_1x(t_1), t_1 \in Q_1)} \ \inf_{({}_1x(t_0), t_0) \in Q_0} [V_{11}({}_{11}x(t_{11}), {}_{11}x(t_{12}), {}_{12}x(t_{12}), {}_1x(t_1); t_{11}, t_{12}, t_1, t_0)]$$

для кожного елемента послідовності.

Наслідок (67) – (69) випливає з положень теореми 1 як окремий випадок. Рішення задачі (57) – (64) завершується відшуканням елемента послідовності задачі (57), (59) – (64), що задовольняє нерівності (58).

Висновки. Запропоновано умови аналітичного або алгоритмічного конструювання законів керування розподіленим інформаційно-телекомунікаційним роботом (ІТР), який розглядається як складена динамічна система (СДС), на основі використання функціоналу узагальненої роботи О.А. Красовського. Використання функціоналу О.А. Красовського дало змогу сформулювати умови, які дають можливість конструювати керування ІТР не лише на етапі попереднього синтезу розгалужених траєкторій його руху, але й за оперативного синтезу, тобто в процесі нормального функціонування ІТР. Запропонований рекурентний алгоритм аналітичного конструювання за О.А. Красовським дає змогу повною мірою використовувати обчислювальні процедури, розроблені в даний час, для вирішення відомих рівнянь аналітичного конструювання за функціоналом узагальненої роботи.

Запропоновано умови рішення дворівневих задач для різних типів СДС у вигляді наслідків з основної теореми. Ці умови пов'язані з оптимізацією за критерієм О.А. Красовського з побудовою керування за алгоритмом послідовної оптимізації з розглядом ієрархії цільових функціоналів.

Список літератури:

1. Моделі застосування інформаційно-телекомунікаційних технологій на основі безпілотних авіаційних комплексів у надзвичайних ситуаціях / І.С. Романченко та ін. Київ : НАУ, 2016. 332 с.

2. Tachinina O.M. Method of dynamic programming for information robot's branching path optimization. *Electronics and control systems*. 2017. № 3(53). P. 100–105.

3. Tachinina O.M., Lysenko O.I. Method of path constructing of information robot on the basis of unmanned aerial vehicle. *Proceedings of the National Aviation University*. 2017. № 4(73). P. 60–68.

4. Лисенко А.И., Чумаченко С.М., Шевченко В.Л. Математически модели и информационни технологии за оценка и прогнозиране състоянието на околната среда в изпитателни полигони. Издател: Про Лангс, език: Български. 2017 р.

5. Olexandr Lysenko, StanislavValuiskyi: Secured wireless sensor network for environmental monitoring. *Volume of Scientific Papers, Security forum 2016*. 2016. Vol. 2. P. 528–532.

6. Тачинина О.М., Лисенко О.І., Чумаченко С. М. Условия оптимальности траектории движения носителя при размещении сенсоров в зоне чрезвычайной ситуации. *Техническая механика.* 2016. №. 3. С. 87–93.

7. Тачинина О.М., Лисенко О.І. Метод динамического программирования для оптимизации произвольной ветвящейся траектории движения составной динамической системы. *Проблеми інформатизації та управління.* 2017. Вип. 3(59). С. 38–43.

8. Dan Popescu, Florin Stoican, Grigore Stamatescu, Oana Chenaru, Loretta Ichim. *A Survey of Collaborative UAV–WSN Systems for Efficient Monitoring Sensors.* 2019. № 19(21). P. 4690. URL: doi.org/10.3390/s19214690.

9. Zhen Qin, Aijing Li, Chao Dong, Haipeng Dai and Zhengqin Xu. Completion Time Minimization for Multi-UAV Information Collection via Trajectory Planning, Sensors, 2019. № 19(18). P. 4032. URL: doi.org/10.3390/s19184032.

10. Bin Liu and Hongbo Zhu. Energy-Effective Data Gathering for UAV-Aided. *Sensors (Basel)*. 2019. № 19(11). P. 2506. URL: doi:10.3390/s19112506.

11. Safwan Alfattani, Wael Jaafar, Halim Yanikomeroglu, Abbas Yongacoglu. Multi-UAV Data Collection Framework for Wireless Sensor Networks. 2019 IEEE Global Communications Conference (Globecom). URL: https://arxiv.org/pdf/1910.10792.pdf.

12. Increasing the efficiency of data gathering in clustered wireless sensor networks using UAV / V. Romaniuk et al. *Information and Telecommunication Sciences*. P. 102–107. URL: doi.org/10.20535/2411-2976.12020.

13. Shams ur Rahman and You-Ze Cho. UAV positioning for throughput maximization. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking. 2018. URL: doi.org/10.1186/s13638-018-1038-0.

14. Romaniuk A. MAC-protocol for data collection in wireless sensors networks with UAV. *Collection of scientific papers MITI*. 2018. № 4. P. 84–91.

15. Muhammad Yeasir Arafat, Md Arafat Habib and Sangman Moh. Routing Protocols for UAV-Aided Wireless Sensor Networks. Appl. Sci. 2020, 10(12), 4077. URL: https://doi.org/10.3390/app10124077.

16. Тачинина О.М., Лисенко О.І., Назаренко Е.В. Новая интерпретация функционала обобщенной работы в задачах оптимального управления малогабаритными беспилотными летательными аппаратами. *Проблеми інформатизації та управління*. 2015. Вип. 4(52). С. 88-93.

Lysenko O.I., Tachinina O.M., Novikov V.I., Guida O.G., Sushyn I.O.

THEORETICAL BASES OF DESIGNING MOTION CONTROL OF DISTRIBUTED INFORMATION AND TELECOMMUNICATION ROBOT

The article considers the theoretical foundations of the design of motion control of distributed information and telecommunication robot (DITR), which is considered as a composite dynamic system (CDS), moving along a branched trajectory with an arbitrary scheme of branching.

It is pointed out that generalizing the physical meaning of the functioning of mobile wireless sensor networks with telecommunication air platforms, they can be referred to the class of distributed (cluster) information and telecommunication robots.

It is shown that when performing information and telecommunication functions assigned to DITR, the structure and information and telecommunication properties of multisensors change in real time. Changing the properties of the system in real time requires prompt calculation of rational actions that control the system. Thus, the total spatial motion of DITR is a branched trajectory with an arbitrary branching scheme. A systematic approach to DITR control requires the use of control methods for complex dynamic systems, which would allow rational and at the same time quickly coordinate the movement of all elements of DITR (mobile sensors and telecommunications air platforms).

The conditions of analytical or algorithmic construction of control laws of the distributed information and telecommunication robot which is considered as the made dynamic system, on the basis of use of functional of the generalized work of Krasovsky are offered. Using the functionality of Krasovsky allowed to formulate conditions that allow to design control of DITR not only at the stage of preliminary synthesis of branched trajectories of its movement, but also at operative synthesis, ie in the course of normal functioning of DITR. The recurrent algorithm of analytical designing according to Krasovsky is offered. allows you to make full use of computational procedures currently developed to solve the known equations of analytical design for the functionality of generalized work.

Key words: *mobile sensor network, information and telecommunication robot. composite dynamic system, sensors, distributed sensors, telecommunication air platform.*